 STAT

Approved For Release 2009/08/31 : CIA-RDP88-00904R000100130

Вторая Международная конференция
Организации Объединенных Наций
по применению атомной энергии
в мирных целях

A/CONF/15/P/
USSR
ORIGINAL: RUSSIAN

ОБ АСИММЕТРИИ ДЕЛЕНИЯ ЯДЕР

Б.Т.Гейликман

В последнее время были предложены два наиболее интересных объяснения асимметрии деления ядер. Носов (I), а также Бусинаро и Галлоне (2) на основе только капельной модели показали, что ядро после прохождения через седловую точку, но, по-видимому, до разрыва шейки, становится неустойчивым по отношению к асимметричным деформациям α_3 ; т.е. при некотором значении симметричной деформации $\alpha_2=\alpha_{2k}$

$$\left.\frac{\partial^2 U(\alpha_2,\alpha_3\ldots)}{\partial\alpha_3^2}\right|_{\substack{\alpha_2=\alpha_{2k}\\ \alpha_3=0}}=0; \qquad \text{при} \qquad \alpha_2<\alpha_{2k}$$

$$\left.\frac{\partial^2 U}{\partial\alpha_3^2}\right|_{\alpha_3=0}>0; \qquad \text{при} \quad \alpha_2>\alpha_{2k} \qquad \left.\frac{\partial^2 U}{\partial\alpha_3^2}\right|_{\alpha_3=0}<0$$

Как показано /I/ эта неустойчивость является абсолютной при $\alpha_2>\alpha_{2k}$, для любых $\alpha_3\neq 0$ энергия уменьшается с увеличением $|\alpha_3|$.

Нетрудно видеть, однако, что такая абсолютная неустойчивость по отношению к α_3 вряд ли может объяснить наблюдаемую на опыте асимметрию деления. В случае деления вблизи порога ядро в седловой точке имеет небольшую энергию $\leqslant$ I Мэв, поэтому в этой точке осциллятор, соответствующий степени свободы α_3 , находится в нулевом состоянии. Ввиду квазистатичности процесса деформации после седловой точки (3,4), вероятность возбуждения осциллятора α_3 очень мала. Поэтому, чтобы найти распределение по α_3 в точке

разрыва шейки, надо рассмотреть существенно квантовую, а не классическую задачу расплывания волнового пакета в поле $U(\alpha_2,\alpha_3)$ при $\alpha_2 \geqslant \alpha_{2k}$ с начальным условием $\psi(\alpha_2,\alpha_3)|_{\alpha_2=\alpha_{2k}}=\psi_0(\alpha_3)$; $\psi_0(\alpha_3)$ - функция осциллятора в нулевом состоянии. Пользуясь оценками α_{2k} в (I) и скорости симметричной деформации при спуске седловой точки согласно (4,5), можно показать, что расстояние от α_{2k} до точки разрыва шейки α_{2p} недостаточно велико, чтобы на этом пути произошло очень большое расплывание пакета. Таким образом в точке разрыва шейки распределение по α_3 является несколько более широким, чем $|\psi_0(\alpha_3)|^2$ при $\alpha_2=\alpha_{2k}$, но по-прежнему имеет максимум при $\alpha_3=0$, что соответствует симметричному делению.

Фонг (6,7) выдвинул другое объяснение асимметрии деления; он предположил, что вероятность деления определяется только статистическим весом конечного состояния. При этом он основывался на идее Гепперт-Майер о том, что при образовании магических и околомагических осколков выделяется бо́льшая энергия, чем при образовании немагических осколков в случае симметричного деления. Так как статистический вес резко увеличивается при увеличении энергии возбуждения осколков, то вероятность деления оказывается наибольшей при асимметричном делении, приводящем к магическим осколкам. Однако при делении вблизи порога вряд ли можно считать, что вероятность процесса полностью определяется статистическим весом ρ_E (8). Как известно, по теории возмущений вероятность процесса (W) равна: $W = 2\pi|V_{ab}|^2\rho_E/\hbar$.

2912-93

Если энергия очень велика, то ввиду экспоненциальной зависимости ρ_E от E можно пренебречь более медленно меняющимся множителем - квадратом матричного элемента $|V_{ab}|^2$; вблизи порога, однако, оба множителя играют одинаковую роль. Эти соображения остаются качественно справедливыми и в том случае, если не пользоваться теорией возмущений.

Ньютон (9) обратил внимание на другой недостаток работы Фонга. В (7) предполагалось, что плотность состояний для всех пар осколков определяется по одной и той же формуле. Между тем для магических осколков плотность состояний при той же энергии возбуждения меньше, чем для немагических осколков. Этот эффект, благоприятствующий симметричному делению, компенсирует, а может быть даже пере-

вешивает эффект выигрыша энергии в случае магических осколков. Следует заметить, наконец, что в (7) очень неточно вычисляется энергия кулоновского взаимодействия осколков. В частности, в (7) принимается, что для осколков $\alpha_2^{оск} = 0$ и только $\alpha_3^{оск} \neq 0$. Ниже будет показано, что в точке разрыва шейки для осколков $\alpha_2^{оск} > \alpha_3^{оск}$. При точном учете кулоновской энергии зависимость энергии возбуждения от отношения масс осколков после максимума, соответствующего асимметричному делению, оказывается существенно другой, чем в (7).

В (7) было вычислено распределение масс осколков для U^{236} ($U^{235}+n$). При этом получилось хорошее согласие с экспериментальными данными. Но в (10) для Pu^{240} на основе статистической теории была найдена четырехгорбая кривая или (после внесения изменений в формулу Фонга) двугорбая кривая, не согласующаяся с экспериментом.

Бесспорно, однако, что оболочечные эффекты играют существенную роль в процессе деления. По-видимому, именно поэтому одна капельная модель, использованная в (I,2), не смогла объяснить асимметрию деления. Но при учете оболочечных эффектов следует рассмотреть динамику процесса деления полностью, а не ограничиваться только статистическим рассмотрением.

2242-95

Для полного решения вопроса необходимо знать энергию ядра $U(\alpha_2,\alpha_3)$ до разрыва шейки с учетом оболочечных эффектов, как функцию α_2,α_3 (при описании формы ядра мы ограничимся параметрами $\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$. Наибольший интерес представляет зависимость U от α_3 вблизи точки разрыва шейки. Энергию в этой области можно оценить следующим образом. Если шейка достаточно тонкая, можно считать, что в каждой половине ядра уже образовались оболочки, так как процесс деформации после седловой точки близок к квазистатическому (3,8). Ниже будет показано, что деформация каждой половины ядра, т.е. будущего осколка, по сравнению со сферой равного объема не очень велика ($\alpha_2^{оск} \sim 0{,}35$-$0{,}38$, $\alpha_3^{оск} \lesssim 0{,}I$). Поэтому энергию исходного ядра вблизи точки разрыва шейки можно представить в виде суммы: I) энергии двух сферических ядер (с атомными весами будущих осколков) согласно формуле Вайцзекера с учетом оболочечных эффектов, 2) энергии деформации этих двух ядер и 3) энергии кулоновского взаимодействия двух деформированных ядер. Энергии

кулоновского взаимодействия двух соприкасающихся деформированных ядер как функция их параметров деформации $\alpha_2^{(1)}, \alpha_3^{(1)}, \alpha_2^{(2)}, \alpha_3^{(2)}$ (с точностью до квадратичных членов по $\alpha_2^{(i)}$, $\alpha_3^{(i)}$ была ранее вычислена в (3) (в (3) имеются 2 опечатки).

Формула Вайцзекера с учетом оболочечных эффектов была предложена в (7) и (II). Обе формулы вряд ли можно считать достаточно точными. Но для получения качественных результатов они вполне пригодны. Мы воспользовались формулой Фонга (7)'. Энергия деформации будущих осколков в квадратичном приближении была найдена еще Бором и Уилером (I2). Итак, энергия исходного ядра вблизи точки разрыва шейки будет иметь вид:

$$U = M_1(A_1, Z_1) + M_2(A_2, Z_2) + U_{\text{э}1} + U_{\text{э}2} + U_{\text{вз}}; \qquad (1)$$

$$M(A,Z) = \left\{ 931\left[1{,}01464\,A + 0{,}014\,A^{2/3} - 0{,}041905\,Z_A + \right.\right.$$
$$\left.\left. + 0{,}0141905\,(Z - Z_A - \Delta Z)^2/Z_A + \Delta M_A \cdot 10^{-3} + \delta_A\right] + \mu\right\} \text{ Мэв},$$

где $Z_A = A\,(1{,}98067 + 0{,}0149624\,A^{2/3})^{-1}$;

$$\delta_A = \frac{0{,}036}{A^{3/4}} \times \begin{cases} 1 & \text{четное } A,\ \text{нечётное } Z \\ 0 & \text{нечётное } A \\ -1 & \text{чётное } A,\ \text{чётное } Z \end{cases}$$

$\mu = -2{,}0$ для $A - Z = 50$ или 82
$\mu = -1{,}-1$ для $Z = 50$ и $\mu = 0$
для остальных значений A, Z.

$$U_{\text{вз}} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{a r_0}\left\{1 + \frac{3}{5a^2}\sum_{i=1}^{2}\alpha_2^{(i)} A_i^{2/3} + \frac{3}{7a^3}\sum_{i=1}^{2}\alpha_3^{(i)} A_i + \right.$$
$$+ \frac{3}{35a^2}\sum_{i=1}^{2}[\alpha_2^{(i)}]^2\left(4A_i^{2/3} + 3A_i^{4/3}/a^2\right) + \frac{3}{7a^2}\sum_{i=1}^{2}[\alpha_3^{(i)}]^2\left(\frac{8}{15}A_i^{2/3} + \frac{3}{11}A_i^{4/3} + \right.$$
$$\left. + \frac{200}{429}A_i^2/a^4\right) + \sum_{i=1}^{2}\alpha_2^{(i)}\alpha_3^{(i)}\left(\frac{4A_i}{7a^3} + \frac{5}{11}\frac{A_i^{5/3}}{a^5}\right) + \frac{18}{7a^5}\left(\alpha_2^{(1)}\alpha_\alpha^{(2)} A_1^{2/3} A_2 + \right.$$
$$\left.\left. + \alpha_2^{(2)}\alpha_3^{(1)} A_1 A_2^{2/3}\right) + \frac{54}{25}\alpha_2^{(1)}\alpha_2^{(2)} A_1^{2/3} A_2^{2/3}/a^4 + \frac{180}{4?}\alpha_3^{(1)}\alpha_3^{(2)} A_1 A_2/a^6\right\}; \qquad (2)$$

$$R_i = A_i^{1/3} r_0; \qquad r_0 = 1{,}2 \cdot 10^{-13} \text{ см}.$$

$d = a r_0$ - расстояние между центрами тяжести осколков

$$E_{\partial 1} = \frac{e^2}{r_0}\left\{\frac{3}{25}\left(\varepsilon A_1^{2/3} - \frac{Z_1^2}{A_1^{1/3}}\right)\left[\alpha_2^{(1)}\right]^2 + \frac{3}{14}\left(\varepsilon A_1^{2/3} - \frac{4}{7}\,\frac{Z_1^2}{A_1^{1/3}}\right)\left[\alpha_3^{(1)}\right]^2\right\};$$

$\varepsilon = 48.$

Графическая зависимость для ΔZ_A и ΔM_A, найденная на основе анализа экспериментальных данных, приведена в (7).

Для того чтобы найти $\alpha_2^{(1)}$, $\alpha_3^{(1)}$ для данного A_1/A_2, мы воспользуемся выражением для формы деформированного делящегося ядра, найденной при помощи численных расчетов Франкелем и Метрополисом (4). В (4)' форма ядра была для симметричной деформации на основе только капельной модели. Однако при симметричном делении оболочечные эффекты несущественны (осколки далеки от магических); при несимметричном же делении α_3 очень малы ($\alpha_3 \lessapprox 0,1$; см. ниже) поэтому и в этом случае форма ядра мало отличается от найденной в (4)'. Заметим, что вообще форма ядра не очень чувствительна к конкретному виду энергии ядра, так как она определяется в значительной мере чисто геометрическими факторами. Как показано в (4)' и (5), форма ядра при любой симметричной деформации ядра имеет вид $\frac{r(\vartheta)}{R} = C\left[1 + \sum_{\ell=0}^{4} \alpha_{2\ell} P_{2\ell}(\cos\vartheta)\right]$;

2912-93

$$\alpha_0 = -y^2\left[1,06 + 9,76\cdot 10^{-4}(0,49-y)^{-4}\right]; \qquad \alpha_2 = y\left[2,3 + 5,42\cdot 10^{-4}(0,49-y)^{-4}\right],$$

$$\alpha_4 = y^2\left\{1,6 + y\left[3,0 + 2,84\cdot 10^{-3}(0,49-y)^{-4}\right]\right\}; \qquad \alpha_6 = -2,36\cdot 10^{-5}(0,49-y)^{-4};$$

$$\alpha_8 = -4,72\cdot 10^{-5}(0,49-y)^{-4},$$

где y - параметр, определяющий деформацию ядра; C - нормировочная постоянная. Ввиду малости α_6 и α_8 мы будем в дальнейшем пренебрегать ими.

Найдем $y = y_k$, для которого толщина шейки равна нулю. $y_k = 0,36$.

Далее допустим, что в выражение $\frac{r(\vartheta)}{CR}$ добавлены слагаемые $\alpha_3\left[P_3(\cos\vartheta) + \frac{3}{2}P_1(\cos\vartheta)\right] = \frac{5}{2}\alpha_3\cos^3\vartheta$ при этом по-прежнему $y_k = 0,36$. Если α_3 невелико, то полученная при этом форма ядра близка к истинной. Для каждого значения α_3 находим C из условия $\int_{-1}^{+1}\left[r(\mu)/R\right]^3 d\mu = 2$.

Далее, для каждого значения α_3 находим отношение объемов двух частей ядра, т.е. отношение атомных весов будущих осколков

A_1/A_2 (напр. A_1/A_2 =0,6 при α_3 =0,07). Для каждого значения A_1/A_2 легко найти расстояния от начала координат (т.е. точки, в которой толщина шейки равна нулю) до центров тяжести обоих осколков $d_1 = b r_0 A^{1/3}$ и $d_2 = b_2 r_0 A^{1/3}$ $(A=A_1+A_2)$ и коэффициенты разложения радиусов-векторов будущих осколков $r_1(\vartheta_1)$ и $r_2(\vartheta_2)$ по полиномам Лежандра от $n=0$ до $n=3$ относительно начала координат, помещенного в центре тяжести (рис. I). Функции $r_1(\vartheta_1)$ и $r_2(\vartheta_2)$ нормированы на объем сфер с атомными весами A_1 и A_2. Значения $a=(b_1+b_2)A^{1/3}$, $\alpha_2^{(1)}, \alpha_3^{(1)}, \alpha_2^{(2)}, \alpha_3^{(2)}$, входящие в (2), для каждого значения A_1/A_2 взяты из графиков $b_1(A_1/A_2)$, $b_2(A_1/A_2)$, $\alpha_2^{(i)}(A_1/A_2)$, $\alpha_3^{(i)}(A_1/A_2)$, где $b_1 = b_2$ =I,48 при $A_1=A_2$; $\alpha_2^{(1)}=\alpha_2^{(2)}=0,355$; $\alpha_3^{(1)}=\alpha_3^{(2)}=0,075$; Z_1 и Z_2 для каждой пары значений A_1 и A_2 вычислены по формуле $Z_1/Z_2=A_1/A_2$ и затем на кулоновское отталкивание внесены поправки, которые несколько увеличивают Z_i для меньшего A_i. Численные расчеты энергии $\Delta U(A_1/A_2)=U(A_1/A_2)-U(1)$ в настоящее время закончены для Pu^{240}, Cm^{242}, Cf^{252}, Cf^{248}. Результаты вычислений ΔU показаны на рис. 2,3.

При значениях A_2/A_1, превышающих 2, расчеты ΔU становятся весьма неточными, так как при этом $\alpha_2^{(1)}$ и $\alpha_2^{(2)}$ оказываются уже не очень малыми и, кроме того, форма исходного ядра, полученная из симметричной формы Франкеля и Метрополиса добавлением асимметричной деформации α_3, может заметно отличаться от истинной.

Как видно из рис. 2, энергия ядра в точке разрыва шейки имеет минимум при A_1/A_2, не равном единице. Для Pu^{240} минимум соответствует $A_1/A_2 \simeq 0,8$, для Cm^{242} $A_1/A_2 \sim 0,85$.

По-видимому, положение минимума при увеличении Z^2/A сдвигается в сторону $A_1/A_2 = I$ и для Cf^{252} и Cf^{248} минимум ΔU соответствует уже $A_1/A_2 = I$, т.е. симметричному делению. Согласно эмпирической формуле Святецкого разность атомных весов осколков, соответствующих двум максимумам двугорбой кривой, равна: $M_2 - M_1 = 0,09(40,2 \mp 0,7 - Z^2/A)^{1/2} A$ [13] т.е. M_2-M_1 уменьшается с увеличением Z^2/A. Однако согласно (I3) деление должно стать симметричным лишь при $Z^2/A \sim 40,2$, а не при Z^2/A =38,I, как для Cf^{252}.

Наши расчеты являются очень грубыми и на большую точность пока претендовать не могут. Деформации будущих осколков не очень малы ($\alpha_2^{(1)} \simeq 0,35$) и представление энергии каждого осколка как

суммы энергии сферического ядра с учетом оболочечных эффектов и энергии деформации в квадратичном приближении по $\alpha_2^{(i)}, \alpha_3^{(i)}$ нельзя считать точным.

Однако, если в действительности у деформированных ядер оболочки сдвигаются и будут соответствовать, по-видимому, несколько другим Z_1, A_1 и Z_2, A_2, то для качественных выводов о существенной роли оболочечных эффектов достаточен и такой грубый расчет. Заметная неточность вносится также тем, что при вычислении энергии деформации и кулоновского взаимодействия мы ограничились квадратичным приближением. Эта неточность может быть устранена, если в качестве исходного приближения взять не сферу, а эллипсоид (поскольку наибольшую величину имеет симметричная деформация α_2 (I,2). Однако наибольшая погрешность возникает из-за неточности формулы Вайцзекера с учетом оболочечных эффектов, в особенности из-за больших ошибок в определении параметра ΔZ_A. Получение более точной формулы Вайцзекера сделает возможным более надежное вычисление энергии ядра в области перед разрывом шейки.

2912-93

Таким образом, мы нашли зависимость энергии исходного ядра от асимметричной деформации непосредственно перед разрывом шейки. Можно такие же расчеты произвести для делящегося ядра с диаметром шейки, отличным от нуля. Разумеется, при достаточно большом диаметре шейки изложенный выше метод вычисления энергии ядра непригоден. Однако уже из выражения энергии в точке разрыва шейки видно для Pu^{240} и Cm^{242}, что вместо абсолютной неустойчивости по отношению к асимметричной деформации α_3, которая получается в капельной модели (I,2) благодаря оболочечным эффектам, происходит раздвоение центральной ложбинки на поверхности энергии. К сожалению, мы не можем найти точку раздвоения ложбинки. Если оболочечные эффекты играют роль и при не очень малой толщине шейки, то соответствующее значение α'_{2k} может оказаться меньше, чем в капельной модели.

Ввиду наличия ложбинок при расплывании пакета для α_3 после $\alpha_2=\alpha'_{2k}$, помимо понижения максимума при $\alpha_3=0$, будут возникать новые максимумы ψ-функции $\psi(\alpha_3)$ при значениях $\alpha_3=\mp\alpha_3^{\circ}(\alpha_2)$, соответствующих положению ложбинок. Если расстояние от α'_{2k} до α_{2p} достаточно велико, то в точке разрыва шейки α_{2p} максимум при

$\alpha_3 = 0$ будет значительно меньше, чем максимум при $\alpha_3 = \mp\alpha_3^\circ(\alpha_{2p})$ (или совсем будет отсутствовать). Это расстояние от α_{2k}' до α_{2p} ввиду наличия минимумов энергии при $\alpha_3 = \mp\alpha_3^\circ(\alpha_2)$ может быть значительно меньше, чем расстояние от α_{2k} до α_{2p} для расплывания центрального максимума до тех же значений в случае отсутствия ложбинок. К сожалению, ввиду того, что пока нельзя вычислить энергию ядра как функцию α_2, α_3 при всех значениях α_2 можно рассмотреть лишь предельный случай, соответствующий достаточно большому расстоянию $\alpha_{2p} - \alpha_{2k}'$. В этом случае можно принять, что центральный максимум не играет роли и тогда распределение осколков по массам будет определяться квадратом нулевой ψ-функции осциллятора вблизи $\alpha_3 = \alpha_3^\circ(\alpha_{2p})$ в точке разрыва шейки $[\varphi_0(\alpha_3, \alpha_3^\circ(\alpha_{2p}))]^2$, т.е. гауссовым распределением. При более точном вычислении $\Delta U(A_1/A_2)$ можно было бы найти параметры этого гауссова распределения.

Следует заметить, что объяснения асимметрии деления, исходящие из анализа состояния ядра в седловой точке, всегда являются неполными, так как реальное разделение масс происходит в точке разрыва шейки. Поэтому, если в седловой точке энергии ядра благоприятствует определенному разделению масс, то оно будет реально осуществляться лишь в том случае, если и в точке разрыва шейки энергия ядра будет соответствовать такому же разделению масс. Таким образом, решающую роль в разделении масс играет область вблизи точки разрыва шейки.

Найденный выше вид энергии $U(\alpha_2, \alpha_3)$ при $\alpha_2 \geqslant \alpha_{2k}'$ соответствует делению вблизи порога. Если деление происходит с высокого уровня возбуждения ядра, для которого оболочечные эффекты очень малы, то, очевидно, энергия ядра $\mathring{U}$ будет определяться капельной моделью (I,2), т.е. деление, как показано выше, будет симметричным. Этим, по-видимому, объясняется быстрый рост симметричного деления при увеличении энергии возбуждения ядра (более быстрый, чем тот, который можно ожидать из простых соображений, основанных на статистике /3,8/). При анализе экспериментальных данных следует различать ядра, для которых нейтронная ширина Γ_n больше ширины деления Γ_f и ядра, для которых $\Gamma_n < \Gamma_f$. Первые ядра соответствуют обычно $x < x_0$ а вторые $x > x_0$; x_0 - некоторое критическое значение параметра $x = (Z^2/A)/(Z^2/A)_{kp}$. При $x = x_0$ $\Gamma_f \sim \Gamma_n$.

В случае возбужденного ядра при $x < x_0$ в основном проис-

ходит испускание определенного числа нейтронов и с малой вероятностью деление. Если энергия возбуждения достаточно велика, чтобы после испускания всех нейтронов параметр x стал равным x_0, то в конце с большой вероятностью будет происходить деление холодного ядра (эмиссионное деление). В этом случае будет наблюдаться наложение симметричного деления за счет деления с малой вероятностью, но (в большом числе случаев) после испускания каждого нейтрона в возбужденном состоянии, и за счет асимметричного деления холодного ядра. Точный расчет распределения масс, разумеется, вряд ли возможен. Если энергия возбуждения невелика, то деление холодного ядра с большой вероятностью невозможно и деление будет симметричным. По-видимому, этим объясняется симметричный характер деления Bi под действием дейтронов с энергией 22 Мэв /14/ и деление Au под действием ионов азота с энергией 115 Мэв /15/

Если для исходного ядра $x > x_0$, то в начале с большей вероятностью будет происходить деление из возбужденного состояния, а не испускание нейтронов. Ввиду этого вклад симметричного деления в этом случае должен быть еще больше, чем при $x < x_0$, но количественное соотношение между симметричным и асимметричным делением и в этом случае зависит от величины энергии возбуждения.

В заключение выражаю благодарность С.Т.Беляеву и А.Б.Мигдалу за интересную дискуссию и Т.В.Новиковой за проведение численных расчетов.

П р и л о ж е н и е

Найдем энергию электростатического взаимодействия двух деформированных ядер с атомными весами A_1 и A_2 и порядковыми номерами Z_1 и Z_2, центры тяжести которых находятся на расстоянии d друг от друга.

Уравнения поверхности ядер имеют вид

$$r_1(\vartheta) = R_1\left[1+\sum_{n=1}^{3}\alpha_n^{(1)}P_n(\cos\vartheta)\right] \qquad R_1 = r_0 A^{1/3}$$

$$R_2 = r_0 A^{1/3}$$

$$r_2(\vartheta) = R_2\left[1+\sum_{n=1}^{3}\alpha_n^{(2)}P_n(\cos\vartheta)\right] \qquad r_0 = 1{,}2\cdot 10^{-13}\ \text{см.}$$

При вычислении энергии взаимодействия мы будем ограничиваться членами второго порядка по $\alpha_n^{(i)}$. В этом приближении $\alpha_0^{(i)}$ и $\alpha_1^{(i)}$ выражаются из условий сохранения объема и положения центра тяжести ядер следующим образом: $\alpha_0^{(i)} = -\sum \frac{2}{2n+1}\alpha_n^{(i)}$; $\alpha_1^{(i)} = \ldots$

Потенциальная энергия второго ядра в поле первого равна (рис.4)

$$U_2 = \frac{1}{2}\int \rho_2(r_2)\,\Phi_1(\bar{r}_A)\,dV_2 \qquad \bar{r}_A = \overline{\omega r_0} + \bar{r}_2$$

Φ_1 – потенциал первого ядра внутри объема второго.

Разложим $\Phi_1(|\omega\bar{r}_0 - \bar{r}_2|)$ в ряд по степеням x_2, y_2, z_2;

$$U_2 = \frac{3}{2}\,\frac{Z_2 e}{4\pi R_2^3}\left\{\Phi_1(0)\frac{4\pi}{3}R_2^3 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial z_2^{\circ}}\right)_{\bar{r}_2=0}\int (z_2^2 - x_2^2)\,dV_2 + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{6}\left(\frac{\partial^3\Phi_1}{\partial z_2^3}\right)_{r_2=0}\int (z_2^2 - 3 z_2 x_2^2)\,dV_2\right\} =$$

$$= \frac{Z_2 e}{2}\left\{\Phi_1(0) + \frac{3}{10}\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial z_{20}^2}R_2^2\left[\alpha_2^{(2)} + \frac{4}{7}(\alpha_2^{(2)})^2 + \frac{8}{21}(\alpha_3^{(2)})^2\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{14}\,\frac{\partial^3\Phi_1}{\partial z_{20}^3}R_2^3\left(\alpha_3^{(2)} + \frac{4}{3}\alpha_2^{(2)}\alpha_3^{(2)}\right)\right\} \qquad (A)$$

Найдем теперь потенциал $\Phi_1(r_A)$:

$$\Phi_1 = \int \frac{\rho_1\,dV_1}{r_A\sqrt{1 - \frac{2r_1}{r_A}\cos\gamma + \frac{r_1^2}{r_A^2}}} = \frac{3}{2}\,\frac{Z_1 e}{R_1^3}\sum_n\int \frac{r_1^{n+2}}{r_A^{n+1}}\,d\mu\,dr_1\,P_n(\cos\vartheta_1)P_n(\cos\vartheta_A)$$

$$= \frac{Z_1 e}{r_A}\left\{1 + \frac{3R_1}{5r_A}\left[\alpha_2^{(1)} + \frac{4}{7}(\alpha_2^{(1)})^2 + \frac{8}{21}(\alpha_3^{(1)})^2\right]P_2(\cos\vartheta_A) + \right.$$

$$+ \frac{3}{7}\frac{R_1^3}{r_A^3}\left(\alpha_3^{(1)} + \frac{4}{3}\alpha_2^{(1)}\alpha_3^{(1)}\right)P_3(\cos\vartheta_A) + \frac{18}{35}\frac{R_1^4}{r_A^4}\left[(\alpha_2^{(1)})^2 + \frac{5}{11}(\alpha_3^{(1)})^2\right]P_4(\cos\vartheta_A)$$

$$+ \frac{10}{11}\,\frac{R_1^5}{r_A^5}\alpha_2^{(1)}\alpha_3^{(1)}P_5(\cos\vartheta_A) + \frac{12000}{13\cdot 231}\,\frac{R_1^6}{r_A^6}(\alpha_3^{(1)})^2 P_6(\cos\vartheta_A),$$

где $r_A = \sqrt{a^2 r_0^2 + r_2^2 - 2a z_2 r_0}$ $\qquad \cos\vartheta_A = \frac{a r_0 - z_2}{r_A}$

Найдем $\left(\frac{\partial^2\phi_1}{\partial z_2^2}\right)_{z_2=0}$ и $\left(\frac{\partial^3\phi_1}{\partial z_2^3}\right)_{z_2=0}$ При этом можно воспользоваться простым тождеством, которое легко доказать при помощи рекуррентных формул для $P_n(\mu)$.

$$\frac{\partial}{\partial z_2}\left(\frac{P_n(\cos\vartheta_A)}{r_A^{n+1}}\right) = \frac{n+1}{r_A^{n+2}}\, P_n(\cos\vartheta_A)$$

$$\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial z_2} = \frac{2z_1 e}{r_A^3}\Big[\frac{2}{3}P_2 + \frac{12}{5}\frac{P_4 R_1^2}{r_n^2}\left(\alpha_2 + \frac{4}{7}\alpha_2^2 + \frac{8}{21}\alpha_3^2\right) +$$

$$+ \frac{20}{7}\frac{R_1^3}{r_A^3}P_5\left(\alpha_3 + \frac{4}{3}\alpha_2\alpha_3\right) + \frac{36}{7}\frac{R_1^4}{r_A^4}P_6\left(\alpha_2^2 + \frac{5}{11}\alpha_3^2\right) +$$

$$+ \frac{140}{11}\frac{R_1^5}{r_A^5}P_7\beta_2\beta_3 + \frac{3200}{13\cdot 33}\frac{R_1^6}{r_A^6}P_8\beta_3^2\Big] \qquad (B)$$

2912-93

Подставим (B) в (A) и найдем U_2. U_1 получаем из U перестановкой индексов I и 2. Полная энергия взаимодействия двух ядер $U_{в з} = U_1 + U_2$ оказывается равной (2).

Литература

I. Носов В.Г. Доклад на Женевской конференции I955 г. по мирному использованию атомной энергии
2. Businaro U., Gallone S., Nuovo cimento, 1955, 1,629,1277.
3. Гейликман Б. Доклад на Женевской конференции I955 г.
4. Frankel S., Metropolis N., Phys.Rev., 1947, 72, 914.
5. Hill D., Wheeler I., Phys.Rev., 1953, 89,1102.
6. Fong P., Phys.Rev., 1953, 89, 332.
7. Fong P., Phys.Rev., 1956, 102, 434.

8. Гейликман Б. Теория деления ядер. В сб. Физика деления атомных ядер. Москва, 1957
9. Nowton T., Simposium Phys.of Lission Chalk River, 1956,307.
10. Perring S., Sory I., Phys.Rev., 1955, 98, 1525.
11. Kumar K., Preston M., Canad. J.Phys., 1955, 33, 298.
12. Bohr N., Wheeler I., Phys.Rev., 1939, 56, 426.
13. Swiatecki W., Phys.Rev., 1955, 100, 936.
14. Fairhall Phys. Rev., 1956, 102, 1335.
15. Тарантин Н.И. и др. ЖЭТФ, I958, 34, 3I6

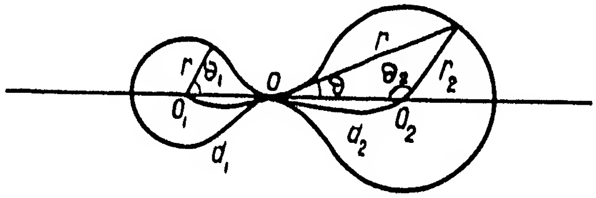

Рис.1. Ядро в точке разрыва шейки.

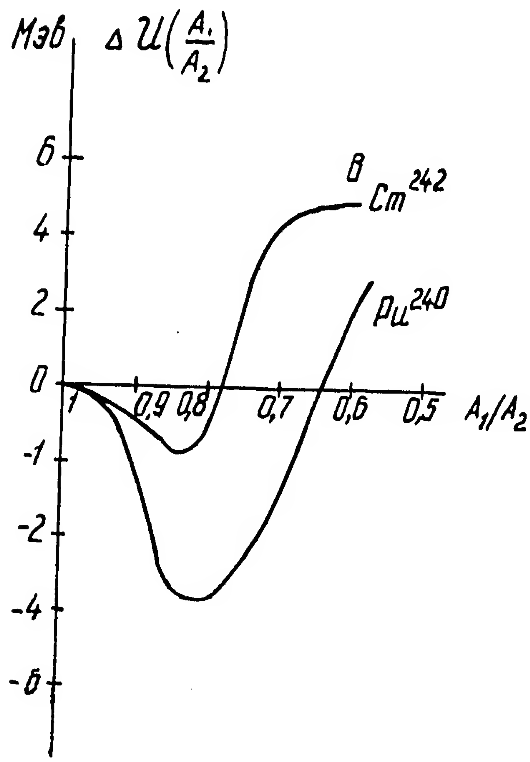

Рис.2. Энергия ΔU как функция $\frac{A_1}{A_2}$

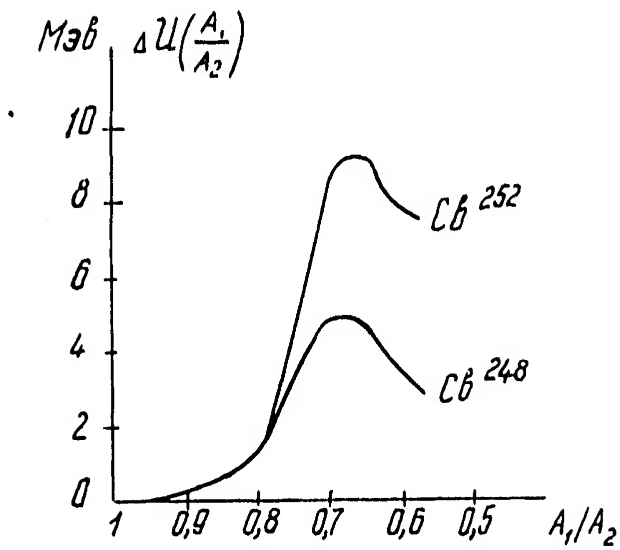

Рис.3. Энергия ΔU как функция $\frac{A_1}{A_2}$

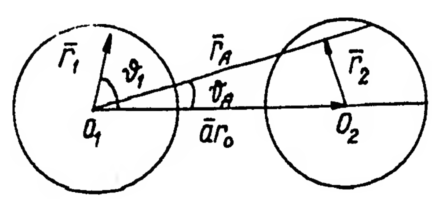

Рис.4. Два деформированных ядра